Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN

ADMINISTRACIÓN Y

DIRECCIÓN DE

EMPRESAS

Toma de decisiones en el programa de bin packing

Juan Guerendiain Moreno

DIRECTORA

Alba María Agustín Martín

Pamplona-Iruña

5 de Diciembre

de 2015

INDICE

1. RESUMEN

1.1. Resumen castellano

La toma de decisiones es una de las grandes problemáticas en el mundo empresarial. La elección en cuestiones como la cantidad a producir, el número de operarios a contratar, la necesidad de operar en otros países, etc. Afectan al beneficio que se obtiene y al futuro de la empresa. El objetivo de este trabajo de investigación, consiste en facilitar la toma de decisiones en el ámbito de la carga del producto para el transporte.

Comenzaremos fijando algunos parámetros para limitar el problema (número de paquetes, tamaño del camión, etc.) y posteriormente resolverlo usando la programación lineal, obteniendo la solución óptima. Sin embargo como no siempre se tiene toda la precisión en los parámetros cuando resolvemos este problema, el siguiente paso consiste en simular varias estrategias para así tratar de conseguir alguna que nos devuelva una "buena" solución. El propósito es por tanto intentar obtener alguna estrategia que poder usar aunque falte alguna información, o no se disponga del tiempo necesario para la obtención óptima del problema.

1.2. Resumen Inglés

Decision making is one of the major issues in the business world. The choice on issues such as the quantity produced, the number of workers to hire, the need to operate in other countries, etc. Affect the benefit obtained and the future of the company. The objective of this research is to facilitate decision-making in the field of product loading for transport.

We start setting some parameters to define the problem (number of packets, truck size, etc.) and then solve using linear programming, obtaining the optimum solution. However, as we don't always have total precision in the parameters while solving this problem, the next step is to simulate several strategies in order to try to get some that returns us a "good" solution. The purpose is, therefore, attempt to obtain any strategy to use although some information is missing or not available at the time required for obtaining optimal problem.

2. TERMINOLOGIA UTILIZADA Y PALABRAS CLAVE

- **Bin paking problem (BPP):** Hace referencia al problema de optimización de la carga de diversos paquetes, para su posterior envío.
- **Determinista:** Se conoce toda la información de los datos de entrada.
- **Estocástico:** La información de los datos en entrada puede ser incierta.
- **Función objetivo**: Función que queremos optimizar.
- **Modelo lineal:** Método para solucionar problemas mediante ecuaciones lineales para una función objetivo y sus restricciones.
- **Np- hard:** Problemas de combinatoria con difícil solución que conforme aumentan los datos, aumenta exponencialmente las restricciones y variables.
- **Overlap:** Solapamiento o superposición de paquetes.
- **Paquetes:** Los bultos a cargar. En este trabajo emplearemos la palabra paquetes o piezas indistintamente.
- **Parámetro:** Valor dado de entrada, prefijado.
- **Simulación:** Método cuantitativo para la toma de decisiones mediante expresiones matemáticas y relaciones lógicas.
- **Solver:** Herramienta de Microsoft Excel que utilizaremos para solucionar problemas lineales.
- **Visual Basic:** Herramienta de Microsoft Excel que usaremos para programar la simulación.

3. INTRODUCCIÓN

La motivación principal para realizar este trabajo, consiste en trabajar un tema cuya aplicación al mundo empresarial sea sencilla y útil. Como explican Navas y Guerras (2012,p.238) "El acelerado proceso de globalización que sufre el sistema económico mundial fuerza a muchas empresas a salir fuera de sus fronteras geográficas naturales para mantener sus posiciones competitivas, convirtiendo así en empresas multinacionales".

Por tanto las empresas se encuentran ya no solo en mercados locales, donde los clientes están a una distancia pequeña, sino en varios países aumentando así la distancia hasta el cliente final. Esta mayor distancia produce un aumento de los costes de transporte.

Estamos por tanto ante un tema que afecta, en mayor o menor media, a la mayor parte de las empresas. Si tenemos en cuenta que gracias al avance de las nuevas tecnologías los consumidores disponen de numerosa información para comparar productos y precios de los mismos, ¿cómo pueden las empresas mantener su ventaja sobre los competidores?

Podríamos intentar reducir ese coste de transporte, pero ¿cómo puede la empresa minimizar el efecto del transporte? Es evidente que la gran mayoría de las empresas no disponen de la capacidad para influir en el principal factor que afecta a ese coste, el precio del combustible. Pero si pueden reducir el número de envíos, o el tamaño necesario del vehículo si son capaces que gestionar adecuadamente la carga del mismo.

Como plantean Anderson & Sweeney & Williams & Camm & Martin (2011) para que la empresa pueda tomar decisiones que afecten al transporte, es necesario solucionar los problemas relativos a este realizando 5 pasos (1 identificar y definir el problema, 2 determinar soluciones alternativas, 3 determinar los criterios para evaluar las alternativas, 4 evaluar las alternativas y 5 elegir una alternativa), por tanto este será nuestro esquema a seguir.

Es evidente que la problemática del transporte es diferente según el sector en el que opera la empresa, y los productos que comercializa. Pero tanto para empresas que suministran unos pocos productos a pocos destinos como para las grandes distribuidoras con muchos paquetes de diferentes tamaños, una correcta gestión de la carga puede ayudar a reducir el número de envíos.

Teniendo en cuenta los datos de la tabla 1 y el del gráfico 1, nos centraremos en el transporte por carretera ya que es el que más toneladas mueve anualmente. Se observa además que el destino principal del 40 % de nuestras exportaciones son a los países limítrofes y cercanos. También debemos tener en cuenta la mayor parte del transporte, termina realizándose por carretera en última instancia.

	Transporte por carretera	Transporte marítimo	Transporte ferroviario	Transporte aéreo
Toneladas transportadas en 2012	1.173.985	469.488	17.074	625.467

Tabla 1. Distribución de las toneladas transportadas en España 2012 por tipo de transporte. Fuente: I.N.E

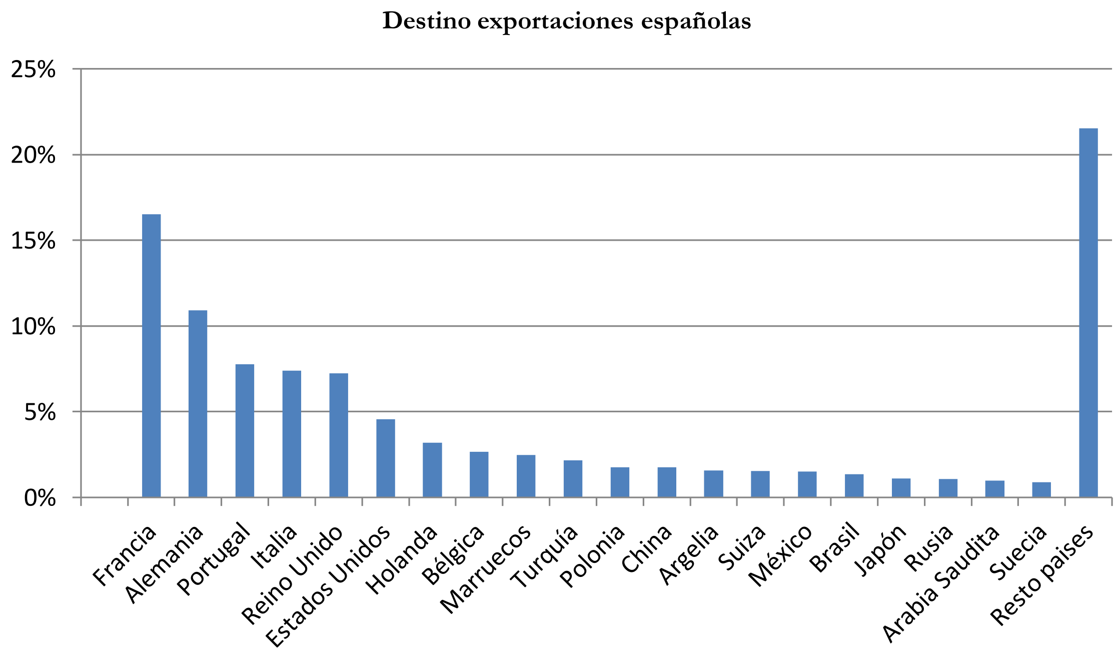


Figura 1. Países de destino de las exportaciones españolas en el año 2014. Fuente: Expansión/Datos macro & I.N.E

Así pues, el objetivo principal de este proyecto consiste en la optimización de la carga en un camión para su transporte, utilizando para ello el menor número de recursos posible. De esta manera las empresas podrán reducir sus costes de transporte. Este tipo de problemas de optimización es conocido como bin packing problem.

Para la realización de este trabajo ha sido necesario elaborar dos plantillas Excel (véase anexo 1 y anexo 2), que se recomienda utilizar, siguiendo las indicaciones, a la vez que se sigue la explicación de este trabajo.

4. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA DEL BIN PACKING

Según Pisinger y Sigurd (2005) los BPP son objeto de estudio durante los últimos años debido tanto a su sencillez de planteamiento, como a sus diversas aplicaciones. Siguiendo el planteamiento que realizan Pisinger, et al (2005), realizaremos ciertas modificaciones para acotar el planteamiento con el objetivo de hacerlo más sencillo:

- Disponemos de un solo camión con forma rectangular.
- Los paquetes solo pueden tener forma rectangular o cuadrada.
- Plantearemos el análisis en dos dimensiones (alto y ancho).
- Los paquetes no permiten overlap.
- Los paquetes deben estar colocados dentro de las dimensiones del camión.

Con estas premisas, el objetivo es encontrar una solución (única o no) que cargue todas las piezas en el camión, minimizando el largo del camión.

5. RESOLUCIÓN DEL BIN PACKING

El programa que utilizaremos para solucionar y analizar estos resultados será Microsoft Excel, más concretamente las extensiones de Solver y el programador Visual Basic. La principal razón de recurrir a esta programa, radica en el uso tan extendido que se produce del mismo en el mundo empresarial. Así pues el procedimiento podrá ser fácilmente replicado.

5.1. Modelo lineal

Atendiendo a la definición de Anderson et al (2011) de programación lineal: "método de solución de problemas desarrollado para ayudar a los gerentes a tomar decisiones". Por tanto plantemos nuestro problema en términos de programación lineal. Las variables del modelo lineal de programación entera y parámetros son:

- <u>PARÁMETROS:</u>

El número de piezas está entre {1..N}.

W= Valor entero que indica la anchura del camión.

H= Valor entero que indica la largura del camión.

- VARIABLES:

l_{ij}= Variable binaria que toma valor 1 si la pieza i esta a la izquierda de la pieza j y 0 si no lo está.

b_{ij}= Variable binaria que toma valor 1 si la pieza i esta debajo de la pieza j y 0 si no lo está.

w_i= Variable entera que indica el ancho de la pieza i.

h_i= Variable entera que indica el alto de la pieza i.

x_i= Variable entera que indica la coordenada horizontal en la que comienza la pieza i.

y_i= Variable entera que indica la coordenada vertical en la que comienza la pieza i.

S = Variable entera auxiliar para linealizar función MAX ($y_i + h_i$).

El planteamiento inicial del problema sería el siguiente:

F.o = MIN altura camión ocupada (S)

sujeto a

$l_{ij} + l_{ji} + b_{ij} + b_{ji} \geq 1$ $\forall$ i=1..N y j=1…N con i≠j (1)

$x_i - x_j + W * l_{ij} \leq W - w_i$ $\forall$ i=1..N y j=1…N con i≠j (2)

$y_i - y_j + H * b_{ij} \leq H - h_i$ $\forall$ i=1..N y j=1…N con i≠j (3)

$x_i \leq W - w_i$ $\forall$ i=1..N (4)

$y_i \leq H - h_i$ $\forall$ i=1..N (5)

$S \geq y_i + h_i$ $\forall$ i=1..N (6)

$x_i, y_i \geq 0\ y\ entera$

$w_i, h_i \geq 1\ y\ entera$

$l_{ij}, b_{ij} \in \{0,1\}$

La restricción (1) implica que el overlap (superposición) no está permitido. La (2) compara cada pieza con las demás, y relaciona la posición horizontal que ocupa con el hueco disponible en esa coordenada. La restricción (3) es similar a la anterior al comparar cada pieza con el resto, pero en esta ocasión en sentido vertical.

Las restricciones (4) y (5) indican que las piezas no se salen del ancho y alto del camión respectivamente. Por último, la restricción (6) linealiza la función objetivo, que debe ser igual al mayor valor del alto de la pieza más la coordenada y en la que empieza.

La figura 2 nos muestra la representación gráfica de camión en dos dimensiones. La parte izquierda muestra el camión visto desde arriba donde la zona gris representa la cabina y la azulada la zona de carga. La parte de la derecha amplia la zona de carga y añade las coordenadas disponibles en la zona de carga. Trabajaremos con esta última.

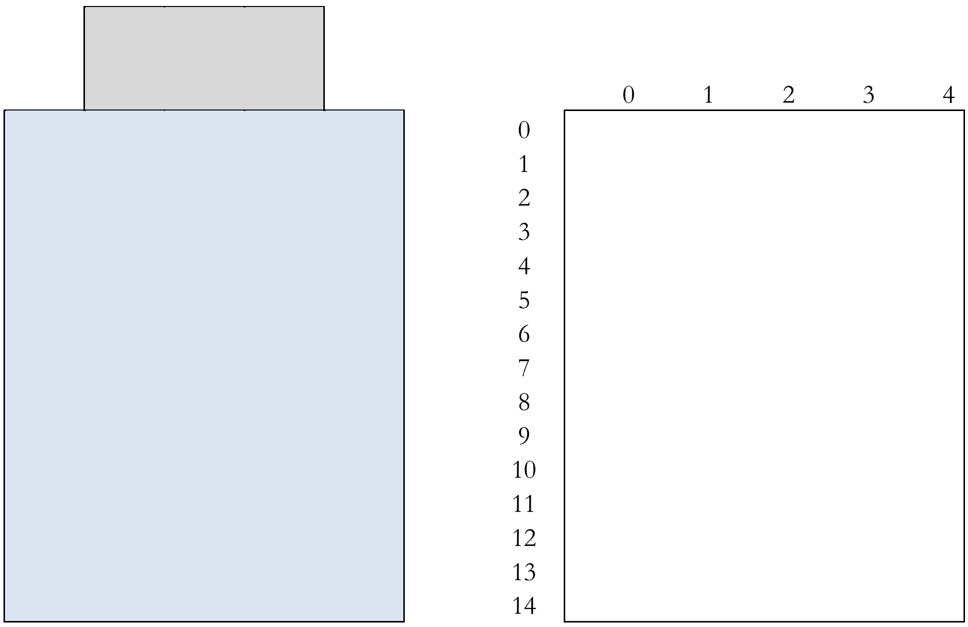


Figura 2. Representación grafica del camión en dos dimensiones, y zona de carga con coordenadas disponibles

Una vez fijado el tamaño del camión (5 ancho y 15 de largo como se indica en la figura 2) procedemos a generar aleatoriamente el valor del ancho y largo de las piezas (tabla 2).

Pieza 1		Pieza 2		Pieza 3		Pieza 4		Pieza 5		Pieza 6	
Ancho (w_1)	Alto (h_1)	Ancho (w_2)	Alto (h_2)	Ancho (w_3)	Alto (h_3)	Ancho (w_4)	Alto (h_4)	Ancho (w_5)	Alto (h_5)	Ancho (w_6)	Alto (h_6)
3	3	1	2	3	3	3	3	1	3	3	1

Tabla 2. Valores de las 6 piezas. Fuente: Elaboración propia

Ahora que ya disponemos de todos los datos, los introducimos en la plantilla Excel del anexo 1, en la hoja "Problema lineal 6".Una vez rellenadas las casillas con los valores de las piezas (casillas sombreadas en azul), debemos poner a cero las casillas de las variables (sombreadas en amarillo).

Para obtener la solución del problema debemos activar el complemento Solver de Excel. A la hora de resolver el problema, Solver tiene una limitación máxima de 100 restricciones.

Dado el problema de 6 piezas, obtenemos 6 restricciones en el primer conjunto, 36 en el segundo, 36 en el tercero, 6 en el cuarto, 6 en el quinto y otros 6 en el sexto. En total 105 por lo que para poder resolverlo añadiremos como puede verse en la hoja "Problema lineal 6" una séptima restricción que permite agrupar en ella 6 restricciones del segundo conjunto y otras 6 del tercero, teniendo así 94 restricciones.

Continuamos abriendo la aplicación Solver, seleccionando la casilla función objetivo (sombreada en verde), donde ya están introducidas todas las restricciones como se puede ver en la figura 3, para así obtener el resultado. La figura 4 nos muestra los resultados obtenidos y su representación gráfica. Debemos tener en cuenta que este proceso al incluir tantas restricciones y variables, puede llegar a tardar cerca de 40 minutos en calcular la solución.

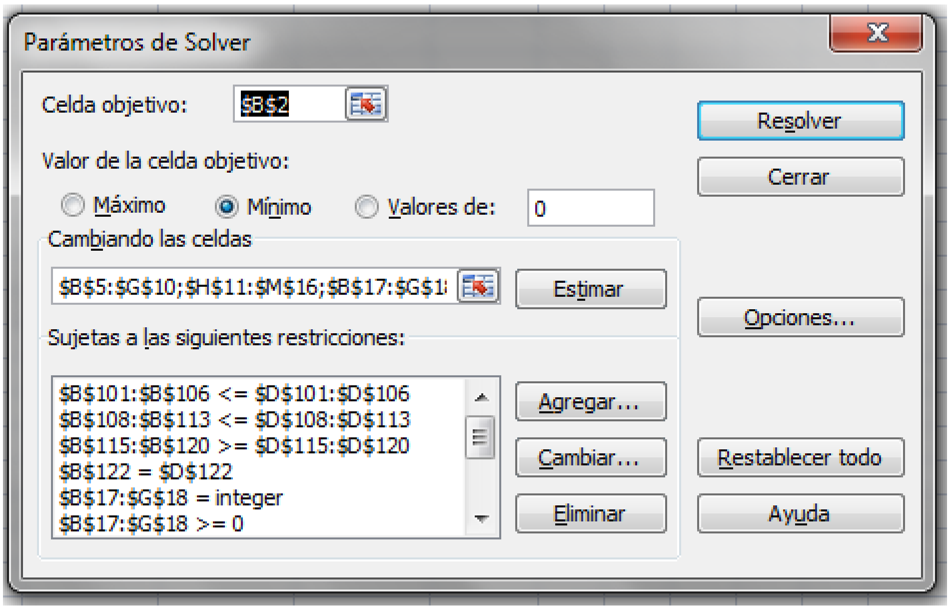


Figura 3. Cuadro diálogo Solver. Fuete: Elaboración propia

	Width (wi)	Height (hi)
Pieza 1	3	3
Pieza 2	1	2
Pieza 3	3	3
Pieza 4	3	3
Pieza 5	1	3
Pieza 6	3	1

	x_i	y_i
Pieza 1	2	4
Pieza 2	0	0
Pieza 3	1	7
Pieza 4	2	0
Pieza 5	1	4
Pieza 6	0	3

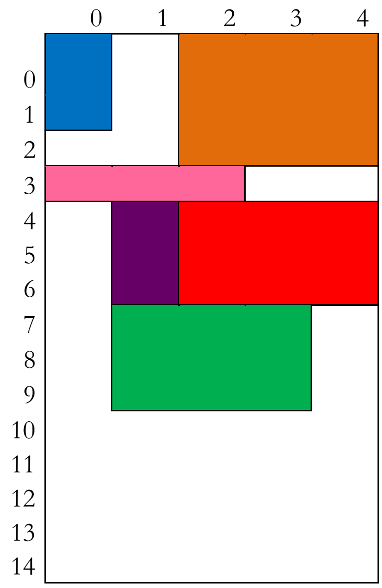


Figura 4. Resultados obtenidos y representación gráfica. Fuente: Elaboración propia.

Así pues el valor de la función objetivo será de 10, es decir la altura mínima necesaria para cargar las 6 piezas de la tabla 2 es de 10 unidades.

Como vemos se trata de un problema de NP-hard, ya que a medida que vamos aumentando el número de piezas, las restricciones crecen exponencialmente dificultando su resolución.

Para poder solucionar problemas de dimensiones mayores o aquellos en los que no se tiene toda la información de los parámetros (problemas estocásticos) vamos recurrir a diferentes estrategias a la hora de cargar el camión, para ver si podemos usar alguna de ella como referencia ante estos inconvenientes

5.2. Estrategias de carga

Como se ha comentado anteriormente, cuando las dimensiones de las piezas son datos estocásticos o simplemente no se dispone del tiempo necesario para obtener la solución optima del problema, necesitamos una forma de actuar o una estrategia a seguir. La utilidad radica en seguir una estrategia que en la mayor parte de los casos nos lleve a una "buena" solución sin necesidad de invertir demasiado tiempo.

Por ello plantearemos diferentes estrategias y para cada una realizaremos la simulación con varias piezas diferentes. El objetivo es identificar la estrategia con la que obtener el valor de la función objetivo que más se acerque a la solución optima. Para las próximas estrategias, vamos a utilizar las piezas de la tabla 2 y la plantilla Excel del anexo 1.

Las estrategias que se van a utilizar (algunas con ligeras modificaciones) se basan en los trabajos de Lodi, A & Martello, S y Vigo, D (2001).

5.2.1 Cargar las piezas en orden de llegada.

Esta estrategia es la más sencilla de todas, ya que consiste en cargar las piezas según nos van llegando. No necesita una ordenación ni un conocimiento previo de las piezas. A su vez es la estrategia más conservadora puesto que en determinadas ocasiones puede provocar huecos libres donde podrían colocarse piezas si la ordenación fuese otra. Y es que se decidió que tenía más importancia realizar unas formulas más sencillas pese a que eso pudiera implicar en determinados casos la eliminación de coordenadas que realmente están disponibles.

De ahí que, a la hora de evitar el overlap y otros problemas que pudiesen surgir, cuando una pieza completa la totalidad de la anchura entonces, cierra tanto los espacios disponibles inferiores como los disponibles que están posicionados a su izquierda.

Utilizando la plantilla Excel del anexo 1, en la hoja "Orden llegada", introducimos los valores de las 6 piezas de la tabla 2 en las casillas sombreadas en azul. Automáticamente nos calculara las coordenadas X e Y para cada una de las piezas. También se actualizarán los espacios e inicios disponibles a medida que se carga cada pieza.

Comenzamos colocando la primera pieza (color rojo) con dimensión 3x3 en la posición (0,0) como podemos ver en la figura 5.

Los "NO" hacen referencia a la no disponibilidad de esos puntos, mientras que los números se refieren a los inicios disponibles en cada altura.

	Inicios disponibles					Y disponibles
	0	1	2	3	4	
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	0	1	2	3	4	3
4	0	1	2	3	4	
5	0	1	2	3	4	
6	0	1	2	3	4	
7	0	1	2	3	4	
8	0	1	2	3	4	
9	0	1	2	3	4	
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 5. Disponibilidad camión tras colocar pieza 1 (izda). Y disponibles para pieza 2 (dcha). Fuente: Elaboración propia

Debemos pensar que la siguiente pieza deber ir colocada o bien en la altura 0, o bien en la nueva altura generada $(y_i + h_i)$ por alguna de las piezas anteriores. Esto quiere decir que la coordenada y_2 deberá ser 0 o 3 (puesto que $y_1 + h_1$=3).

La fórmula para obtener y_2 es:=SI(BUSCARV(MIN(alturas disponibles);inicio disponible;anchura disponible menor;FALSO)+ancho pieza<=ancho camion;MIN(alturas disponibles);K.ESIMO.MENOR(alturas disponibles;siguiente menor)).

Esto significa que lo primero es cumplir la condición que buscando la menor de las alturas disponibles, el inicio para esta (coordenada X) más el acho de la pieza debe ser menor o igual al ancho del camión. Si se cumple esa condición entonces la y_2= menor altura disponible, sino la segunda menor altura disponible.

De este modo contribuimos en perseguir nuestro objetivo que consiste en minimizar la altura necesaria, es decir, la fórmula priorizara la colocación de la siguiente pieza en la menor Y disponible, siempre y cuando el hueco horizontal disponible en esa altura sea al menos tan grande como el ancho de la pieza a colocar.

En este caso la segunda pieza (de color azul y dimensión 1x2) podría ir en y_2=0 ya que su anchura (w_2=1) es menor que el hueco disponible en Y = 0.

Una vez obtenida y_2 solo debemos buscar el menor inicio disponible para esa Y. Esto significa que la fórmula utilizada para obtener x_2 es: =BUSCARV(coordenada y_2;inicio disponibles;menor anchura disponible;FALSO).

La figura 6 muestra gráficamente la colocación de la segunda pieza(color azul) teniendo en cuenta donde se coloco la primera pieza.

Inicios disponibles

	0	1	2	3	4
0	NO	NO	NO	NO	4
1	NO	NO	NO	NO	4
2	NO	NO	NO	3	4
3	0	1	2	3	4
4	0	1	2	3	4
5	0	1	2	3	4
6	0	1	2	3	4
7	0	1	2	3	4
8	0	1	2	3	4
9	0	1	2	3	4
10	0	1	2	3	4
11	0	1	2	3	4
12	0	1	2	3	4
13	0	1	2	3	4
14	0	1	2	3	4

Y disponibles

0
2
3

Figura 6. Disponibilidad camión tras colocar pieza 2 (izda). Y disponibles para pieza 3 (dcha). Fuente: Elaboración propia

Para la siguiente pieza el proceso es el mismo. Las formulas son similares a las de la pieza 2, teniendo en cuenta en la coordenada Y la posibilidad de tener otra altura disponible más. Primero encontrar y_3, teniendo en cuenta que ahora puede tener una Y nueva disponible $(0, y_1 + h_1, y_2 + h_2)$. Después buscaremos el valor de la coordenada X más pequeño disponible

Continuaremos aplicando el mismo razonamiento para calcular las posiciones del resto de las piezas, teniendo en cuenta que cuando se complete la totalidad de una anchura, los espacios disponibles inferiores a esta también lo estarán debido a que no se puede retirar un paquete para volver a colocarlo. Lo mismo ocurre con los valores disponibles de la izquierda ya que como se ha comentado anteriormente es una estrategia muy conservadora. La figura 7 muestra el proceso de colocación de las piezas(pieza 3 color verde y 3x3, pieza 4 color naranja y 3x3, pieza 5 color morado y 1x3, y pieza 6 color rosado y 3x1). Los NO en color negro se refieren al cierre de esa casilla, haciéndola nula.

Colocación pieza 3
Inicios disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	4	0
1	NO	NO	NO	NO	4	
2	NO	NO	NO	3	4	2
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	0	1	2	3	4	6
7	0	1	2	3	4	
8	0	1	2	3	4	
9	0	1	2	3	4	
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 4
Inicios disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	4	0
1	NO	NO	NO	NO	4	
2	NO	NO	NO	3	4	2
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	0	1	2	3	4	9
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 5
Inicios disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	NO	NO
1	NO	NO	NO	NO	NO	NO
2	NO	NO	NO	NO	NO	NO
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	0	1	2	3	4	9
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 6
Inicios disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	NO	NO
1	NO	NO	NO	NO	NO	NO
2	NO	NO	NO	NO	NO	NO
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	0	1	2	3	4	10
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 7. Resumen colocación piezas pendientes, orden de llegada. Fuente: Elaboración propia.

Una vez colocadas todas las piezas obtenemos lo siguientes resultados que se muestran en la tabla 3:

Pieza 1				Pieza 2				Pieza 3				Pieza 4				Pieza 5				Pieza 6			
w_1	h_1	x_1	y_1	w_2	h_2	x_2	y_2	w_3	h_3	x_3	y_3	w_4	h_4	x_4	y_4	w_5	h_5	x_5	y_5	w_6	h_6	x_6	y_6
3	3	0	0	1	2	3	0	3	3	0	3	3	3	0	6	1	3	4	0	3	1	0	9
F.O=3				F.O=3				F.O=6				F.O=9				F.O=9				**F.O=10**			

Tabla 3. Resultados cargar las piezas en orden. Fuente: Elaboración propia

Podemos comprobar como para estas piezas siguiendo esta estrategia hemos necesitado una altura total de 10 unidades.

5.2.2 Cargar las piezas más anchas primero.

La idea de esta estrategia, consiste en minimizar los espacios muertos, al colocar primero las piezas más anchas, y después rellenando las filas con las piezas más estrechas.

Para llevar a cabo esta estrategia, necesitamos conocer de antemano todas las piezas, puesto que el primer paso consistirá en ordenarlas en función de su ancho. Para ello seguimos utilizando la platilla Excel del anexo 1, pero esta vez en la hoja "Mayor ancho". Rellenamos las casillas sombreadas en azul con la información de las 6 piezas de la tabla 2.

La plantilla ordenara automáticamente las piezas teniendo en cuenta 2 criterios con diferente peso. El más importante es el ancho de cada pieza, y después su número de pieza. Este ultimo criterio solo se usa para evitar errores en la formula al encontrar dos o más piezas con los mismos valores en anchura. La ponderación de estos criterios se observa en la casilla criterios (=ancho pieza+0,1*(10-número de pieza).La posición que ocuparan se observa en la casilla jerarquía (=JERARQUIA(criterios de esa pieza;total de criterios).

En la tabla 4 se muestran las piezas una vez ordenadas según su anchura.

Pieza 1		Pieza 3		Pieza 4		Pieza 6		Pieza 2		Pieza 5	
Ancho (w_i)	Alto (w_i)	Ancho (w_i)	Alto (w_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)
3	3	3	3	3	3	3	1	1	2	1	3

Tabla 4. Valores de las 6 piezas ordenadas por mayor ancho. Fuente: Elaboración propia

Comenzamos colocando la pieza 1(color rojo y dimensiones 3x3) que es la más ancha en la posición (0,0) como se puede ver en la figura 8, además de las alturas que disponibles para la siguiente.

	Inicios disponibles					Y disponibles
	0	1	2	3	4	
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	0	1	2	3	4	3
4	0	1	2	3	4	
5	0	1	2	3	4	
6	0	1	2	3	4	
7	0	1	2	3	4	
8	0	1	2	3	4	
9	0	1	2	3	4	
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 8. Disponibilidad camión tras colocar la primera pieza (izda). Y disponibles para siguiente pieza (dcha). Fuente: Elaboración propia

Siguiendo siempre el mismo procedimiento, debemos calcular a continuación la coordenada Y de la segunda pieza, que en este caso es la pieza 3. De las dos opciones (0 y 3), la formula busca la inferior en la que w_3 es menor o igual al hueco disponible que es y_3=3.Recordemos que la fórmula utilizada es y_3=SI(BUSCARV(MIN(alturas disponibles);inicio disponible;menor anchura disponible;FALSO)+ancho pieza<=ancho camion;MIN(alturas disponibles);K.ESIMO.MENOR(alturas disponibles;siguiente menor)).

Y de nuevo con la formula x_3=BUSCARV(coordenada y_3;inicio disponibles;menor anchura disponible;FALSO), buscamos en el cuadro de inicios disponibles el menor valor en el que pueda comenzar. En este caso es x_3=0.

La figura 9 nos muestra la colocación de la segunda pieza (color verde y dimensiones 3x3), y los valores posibles de Y para la siguiente pieza (número 4).

	Inicios disponibles 0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	0	1	2	3	4	6
7	0	1	2	3	4	
8	0	1	2	3	4	
9	0	1	2	3	4	
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 9 Disponibilidad camión tras colocar dos piezas (izda). Y disponibles para siguiente pieza (dcha). Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que a cada nueva pieza puede aumentar las alturas disponibles, seguiremos el mismo razonamiento para obtener las coordenadas x_i e y_i para el resto de piezas. En la figura 10 podemos ver la colocación de las piezas restantes (pieza 4 color naranja y 3x3, pieza 6 color rosado y 3x1, pieza 2 color azul y 1x2, y pieza 5 color morado y 1x3).

Colocación pieza 4

	Inicios disponibles 0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	0	1	2	3	4	9
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 6

	Inicios disponibles 0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	0	1	2	3	4	10
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 2

	Inicios disponibles 0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	4	0
1	NO	NO	NO	NO	4	
2	NO	NO	NO	3	4	2
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	0	1	2	3	4	10
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 5

	Inicios disponibles 0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	NO	NO
1	NO	NO	NO	NO	NO	NO
2	NO	NO	NO	3	NO	2
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	0	1	2	3	4	10
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 10. Resumen colocación piezas pendientes, mayor anchura. Fuente: Elaboración propia.

Colocadas ya todas las piezas, podemos observar en la tabla 5 los resultados obtenidos. Para cargar las seis piezas iniciales, siguiendo la estrategia de cargar primero las piezas más anchas, se ha necesitado una altura total de 10 unidades.

Pieza 1				Pieza 3				Pieza 4				Pieza 6				Pieza 2				Pieza 5			
w_1	h_1	x_1	y_1	w_3	h_3	x_3	y_3	w_4	h_4	x_4	y_4	w_6	h_6	x_6	y_6	w_2	h_2	x_2	y_2	w_5	h_5	x_5	y_5
3	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	6	3	1	0	9	1	2	3	0	1	3	4	0
F.O=3				F.O=6				F.O=9				**F.O=10**				**F.O=10**				**F.O=10**			

Tabla 5. Resultados cargar las piezas mayor ancho. Fuente: Elaboración propia

5.2.3 Rotar y cargar las piezas más anchas primero.

Hasta ahora se ha considerado que los paquetes tienen un ancho y un largo invariable, ¿pero qué ocurriría si se pudiesen rotar? Es decir, intercambiar los valores de ancho y largo cuando más nos convenga.

Debemos recordar que el problema inicialmente planteado no permitía la rotación de las piezas por tanto hay que tener en cuenta que podríamos obtener en esta estrategia un resultado mejor que en el problema lineal anteriormente resuelto.

Elaborando un poco más la estrategia de cargar los paquetes más anchos primero, en esta ocasión podremos rotar los paquetes siempre y cuando al rotarlos consigamos que la pieza aumente su anchura.

Para esta estrategia seguiremos necesitando conocer de ante mano todas las piezas a cargar. Utilizando nuevamente la plantilla Excel del anexo 1 en la hoja "mayor ancho rotado", deberemos rellenar el recuadro sombreado en azul con los valores de las piezas. En este caso continuamos utilizando las 6 piezas de la tabla 2.

Una vez introducidos los datos, automáticamente la plantilla rotara aquellos elementos en los que su largo (h_i) sea estrictamente mayor que su ancho (w_i). Para ello utiliza la siguiente fórmula: =SI(alto>ancho;"ROTAR";"NO ROTAR"). Una vez rotadas todas las piezas necesarias, automáticamente procederá a ordenarlas teniendo en cuenta los mismos 2 criterios con distinta ponderación del caso anterior de "mayor ancho". El más importante es la anchura de las piezas y el segundo es su número de pieza.

De ahí que la casilla criterios(=ancho pieza+0,1*(10-número de pieza) nos muestra la suma de las diferentes ponderaciones, y la casilla jerarquía.(=JERARQUIA(criterios de esa pieza;total de criterios) el orden que ocuparan estas piezas. Así pues, una vez ordenados las piezas obtenemos los datos de la tabla 6.

Pieza 1		Pieza 3		Pieza 4		Pieza 5		Pieza 6		Pieza 2	
Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)	Ancho (w_i)	Alto (h_i)
3	3	3	3	3	3	3	1	3	1	2	1
NO ROTADA		NO ROTADA		NO ROTADA		ROTADA		NO ROTADA		ROTADA	

Tabla 6. Valores de las 6 piezas ordenadas por mayor ancho y con rotación. Fuente: Elaboración propia

Automáticamente la primera pieza (color rojo y 3x3) se colocara en la posición (0,0) y de nuevo podremos calcular las coordenadas X e Y de las próximas piezas aplicando las formulas: y_3=SI(BUSCARV(MIN(alturas disponibles);inicio disponible;menor anchura disponible;FALSO)+ancho pieza<=ancho camion;MIN(alturas disponibles);K.ESIMO.MENOR(alturas disponibles;siguiente menor)) y es x_3=BUSCARV(coordenada y_3;inicio disponibles;menor anchura disponible;FALSO). La figura 11 nos muestra esa colocación.

Inicios disponibles

	0	1	2	3	4
0	NO	NO	NO	3	4
1	NO	NO	NO	3	4
2	NO	NO	NO	3	4
3	0	1	2	3	4
4	0	1	2	3	4
5	0	1	2	3	4
6	0	1	2	3	4
7	0	1	2	3	4
8	0	1	2	3	4
9	0	1	2	3	4
10	0	1	2	3	4
11	0	1	2	3	4
12	0	1	2	3	4
13	0	1	2	3	4
14	0	1	2	3	4

Y disponibles
0
3

Figura 11. Disponibilidad camión tras colocar la primera pieza (izda). Y disponibles para siguiente pieza (dcha). Fuente: Elaboración propia

Al igual que en los casos anteriores nos quedan dos opciones de y disponibles para la siguiente pieza ($y_3 = 0; y_3 = 3$). Seleccionaremos la menor de ellas en la que la anchura de la pieza (w_3) sea menor o igual al hueco disponible. En este caso se tiene que w_3=3, luego debemos colocar la pieza 3 en la coordenada y_3=3.

A continuación buscamos en el cuadro de inicios disponibles el menor valor en el que pueda comenzar, que en este caso es x_3=0.

La representación gráfica de la pieza 3 (color verde y 3x3) se muestra en la figura 12.

	Inicios disponibles					Y disponibles
	0	1	2	3	4	
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	0	1	2	3	4	6
7	0	1	2	3	4	
8	0	1	2	3	4	
9	0	1	2	3	4	
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 12 Disponibilidad camión tras colocar las dos primeras piezas (izda). Y disponibles para siguiente pieza (dcha). Fuente: Elaboración propia

Para seguir colocando las piezas, volveremos a buscar la menor altura disponible en la que encaje la anchura de la próxima pieza (pieza 1). Debemos recordar que a medida que se coloca una pieza, esta puede generar una nueva altura disponible para la próxima pieza a colocar. Para colocar el resto de las piezas, la plantilla utilizara el mismo procedimiento, primero calculara y_i y después x_i tal y como muestra la figura 13 (pieza 4 color naranja y 3x3, pieza 5 color morado y 3x1, pieza 6 color rosado y 3x1, y pieza 2 color azul y 2x1).

Colocación pieza 4 — Inicios disponibles / Y disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	0	1	2	3	4	9
10	0	1	2	3	4	
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 5 — Inicios disponibles / Y disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	0	1	2	3	4	10
11	0	1	2	3	4	
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 6 — Inicios disponibles / Y disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	3	4	0
1	NO	NO	NO	3	4	
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	NO	NO	NO	3	4	10
11	0	1	2	3	4	11
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Colocación pieza 2 — Inicios disponibles / Y disponibles

	0	1	2	3	4	Y disponibles
0	NO	NO	NO	NO	NO	NO
1	NO	NO	NO	3	4	1
2	NO	NO	NO	3	4	
3	NO	NO	NO	3	4	3
4	NO	NO	NO	3	4	
5	NO	NO	NO	3	4	
6	NO	NO	NO	3	4	6
7	NO	NO	NO	3	4	
8	NO	NO	NO	3	4	
9	NO	NO	NO	3	4	9
10	NO	NO	NO	3	4	10
11	0	1	2	3	4	11
12	0	1	2	3	4	
13	0	1	2	3	4	
14	0	1	2	3	4	

Figura 13. Resumen colocación piezas pendientes, mayor anchura y con rotación. Fuente: Elaboración propia

Con todas las piezas ya colocadas, podemos ver en la tabla 7 los resultados que hemos obtenido siguiendo esta estrategia. Cargando las piezas más anchas primero, y con la posibilidad de rotarlas piezas, hemos necesitado una altura de 11 unidades.

Pieza 1				Pieza 3				Pieza 4				Pieza 5				Pieza 6				Pieza 2			
w_1	h_1	x_1	y_1	w_3	h_3	x_3	y_3	w_4	h_4	x_4	y_4	w_5	h_5	x_5	y_5	w_6	h_6	x_6	y_6	w_2	h_2	x_2	y_2
3	3	0	0	3	3	0	3	3	3	0	6	3	1	0	9	3	1	0	10	1	2	3	1
F.O=3				F.O=6				F.O=9				F.O=10				**F.O=11**				**F.O=11**			

Tabla 7. Resultados cargar las piezas mayor ancho. Fuente: Elaboración propia

6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como hemos visto en el punto anterior, se han obtenido unos resultados para las 6 piezas de la tabla 2 siguiendo tres estrategias diferentes, estos puede observarse en las tablas 3, 5 y 7. Según estas tablas, se han necesitado 10 alturas para las dos primera estrategias y 11 para la ultima.

Podemos afirmar que para ese conjunto de piezas utilizar indistintamente la estrategia 1 o la 2 es igual de bueno, y mejor que la estrategia 3. Tanto la estrategia 1 como la 2 han dado como resultado el mismo que la solución optima del problema lineal.

6.1. Resultados muéstrales

La afirmación sobre los resultados obtenidos, es muy vaga puesto que a medida que cambien las piezas los resultados serán diferentes, y por tanto no tiene porque cumplirse esa afirmación.

Para poder profundizar más en este análisis, se ha creado la plantilla del anexo 2. En la hoja "Simulación" podremos introducir en las celdas sombreadas en naranja, nuestro tamaño del camión (W=5;Y=15). Las casillas sombreadas en amarillo nos permiten seleccionar cuantas estrategias queremos usar (1-3), así como el número de piezas y las vueltas o simulaciones que queremos realizar.

Una vez rellenados todos los datos, pulsamos el botón comenzar y automáticamente la plantilla (programada en Visual Basic) comenzara a colocar las piezas según las formulas ya utilizadas en la plantilla del anexo 1(el tamaño de las piezas se puede observar en la hoja "aux" del anexo 2).

Comenzado el proceso, este no podrá interrumpirse hasta terminar (la duración como es lógico dependerá del numero de vueltas que se haya marcado). En primer lugar comenzara por limpiar los resultados obtenidos en su anterior uso. Después asignara aleatoriamente los valores (w_i h_i) al número de piezas marcadas, y las representara gráficamente junto a la representación del camión. Por último las colocara en su posición al mismo tiempo que las dibuja dentro del camión.

Cuando termina de colocar las piezas, pasa a la siguiente estrategia, manteniendo los valores y las representaciones graficas de las piezas. La única modificación que podrá hacer será la reordenación de mayor a menor ancho y la rotación, si es que procede, en función del tipo de estrategia.

Cuando ha terminado las 3 estrategias para el mismo conjunto de piezas, comienza nuevamente desde el principio (borrado de resultado, asignación de valores y representación grafica, y colocación) para el siguiente conjunto de piezas.

Una vez terminado el proceso, la hoja "Resultados" muestra los resultados obtenidos. Las columnas hacen referencia a la altura total obtenida en cada estrategia, siendo la columna A la primera estrategia (orden de llegada), la columna B (mayor anchura) y la columna C (mayor anchura con rotación). Las filas son las vueltas que ha realizado, manteniendo constante en las tres estrategias el tamaño de las piezas generadas.

En la tabla 8 se muestran los resultados obtenido en la hoja "Análisis resultados" del anexo 2 para un conjunto de 30 repeticiones.

VUELTAS	ESTRATEGIA 1	ESTRATEGIA 2	ESTRATEGIA 3	ESTRATEGIA GANADORA			¿UN SOLO GANADOR?	
1	5	5	6	1	2			NO
2	5	4	4		2	3		NO
3	9	8	8		2	3		NO
4	5	5	4			3	SI	
5	6	6	7	1	2			NO
6	6	6	6	1	2	3		NO
7	6	5	5		2	3		NO
8	7	5	5		2	3		NO
9	6	6	6	1	2	3		NO
10	4	4	4	1	2	3		NO
11	7	7	9	1	2			NO
12	5	5	6	1	2			NO
13	8	7	9		2		SI	
14	8	6	6		2	3		NO
15	6	5	4			3	SI	
16	6	6	6	1	2	3		NO
17	6	4	4		2	3		NO
18	4	4	5	1	2			NO
19	5	5	5	1	2	3		NO
20	6	6	7	1	2			NO
21	6	6	6	1	2	3		NO
22	4	3	3		2	3		NO
23	8	6	6		2	3		NO
24	8	7	7		2	3		NO
25	8	5	6		2		SI	
26	6	5	5		2	3		NO
27	5	5	4			3	SI	
28	6	6	9	1	2			NO
29	8	8	9	1	2			NO
30	10	10	11	1	2			NO
			Nº VECES GANADORA	15	27	19	5	25

Tabla 8. Resultados 30 simulaciones. Fuente: Elaboración propia

En este caso podemos observar que de 30 repeticiones realizadas, en 27 ocasiones la mejor estrategia fue la 2 (cargar las piezas más anchas), en segundo lugar la 3 estrategia (las más anchas con rotación) con 19, y en último lugar la 1 estrategia (cargar en orden de llegada) con tan solo 15 veces. Esto quiere decir que en más de una ocasión la mejor solución fue dada por dos o incluso las tres estrategias, tal y como se puede observar en la hoja "Análisis resultados" del anexo 2.

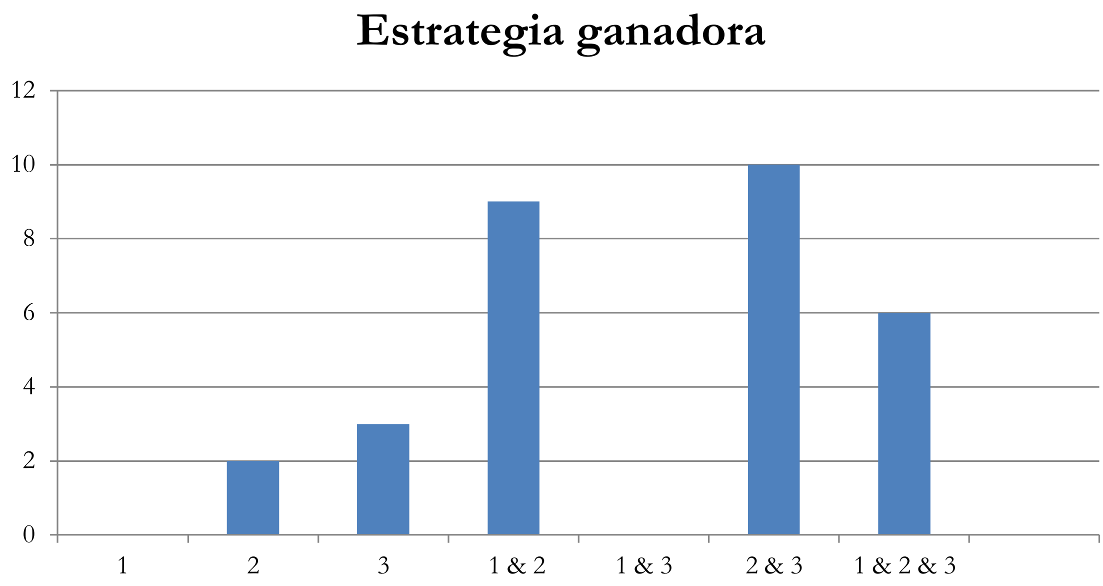


Figura 14. Distribución resultados Fuente: Elaboración propia

Cabe destacar, que al igual que los resultados obtenidos en el punto 5, siempre que la primera estrategia ha sido la más eficiente de las tres, también ha sido igual de eficiente la segunda estrategia. Solo en el 10% de los casos la tercera estrategia ha sido superior a la segunda, mientras que el caso contrario ha ocurrido del 36% de las veces.

En algo más del 85% de las veces, el mejor resultado a resultado de más de una estrategia.

Por tanto podemos afirmar que dada la muestra de la tabla 8, ordenar las piezas antes de colocarlas nos conduce de un acierto de 50% a un acierto del 63% o del 90% en función de cómo se organicen las piezas.

¿Quiere decir esto que la segunda estrategia es la mejor de las tres?.Es demasiado pronto para afirmar o rechazar esto, puesto que tan solo estamos analizando unas datos muéstrales y no poblacionales.

6.2. Resultados poblacionales

Veamos ahora si podemos extrapolar estos resultados a nivel poblacional. Para ello realizaremos el análisis anova de un factor, utilizando también el Excel. En este caso necesitaremos activar el complemento Análisis de datos.

Para ello seleccionaremos los resultados obtenidos en la hoja "Resultados" del anexo 2 y pincharemos en Análisis de datos, tal y como muestra la figura 15.

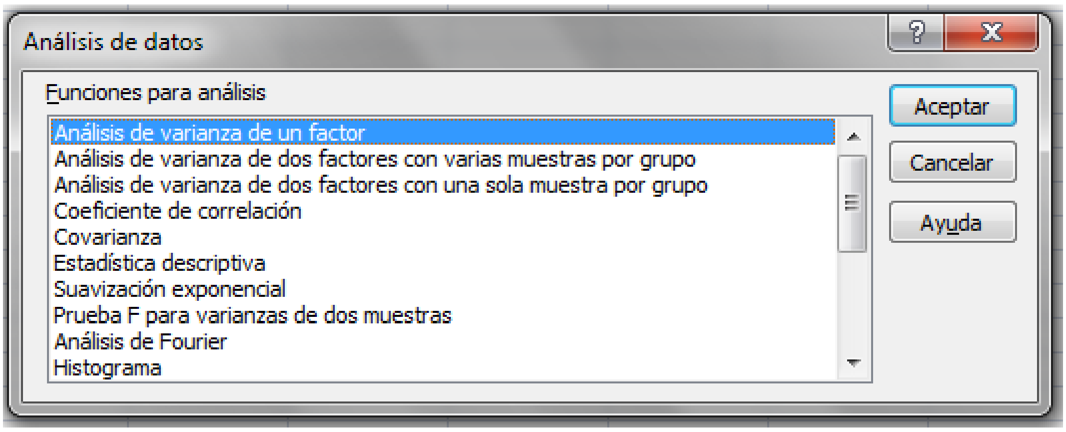


Figura 15. Cuadro diálogo análisis de datos Fuente: Elaboración propia

Seleccionamos análisis de varianza de un factor, y rellenamos los datos tal y como aparecen en la figura 16. Los datos están agrupados por columnas y vamos a utilizar un error del 5% (α=0.05). Hemos marcado que los datos se reflejen a una hoja nueva, tal y como se pude ver en la figura 16.

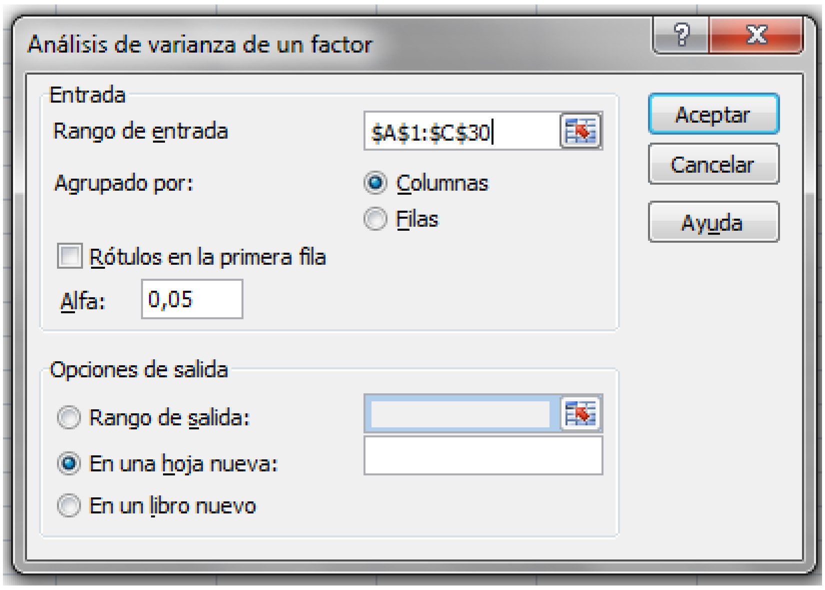


Figura 16. Cuadro diálogo análisis de varianza de un factor. Fuente: Elaboración propia

Los resultados que se obtienen de este análisis Anova se muestran a continuación:

Análisis de varianza de un factor

RESUMEN

Grupos	*Cuenta*	*Suma*	*Promedio*	*Varianza*
Columna 1	30	189	6,3	2,286206897
Columna 2	30	170	5,666666667	2,022988506
Columna 3	30	182	6,066666667	3,650574713

ANÁLISIS DE VARIANZA

Origen de las variaciones	*Suma de cuadrados*	*Grados de libertad*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Probabilidad*	*Valor crítico para F*
Entre grupos	6,15555555	2	3,077777778	1,16	0,3182866	3,10129575
Dentro de los grupos	230,833333	87	2,653256705			
Total	236,988888	89				

Figura 17. Resultado análisis de varianza de un factor. Fuente: Elaboración propia

El primer cuadro de la figura 17 es un resumen, que muestra el número de observaciones (cuenta), la suma de los datos (altura total) en cada una de las estrategias, así como su promedio y varianza. El grupo columna 1 es la primera estrategia, la columna 2 la segunda y la columna 3 la tercera estrategia.

En el cuadro inferior está el contraste de la varianza, pero antes debemos plantear las hipótesis.

h_0=Hipótesis nula=Las medias poblacionales con las tres estrategias (1,2,3) son iguales.

h_1= Hipótesis alternativa=No todas las medias poblacionales son iguales, al menos la media poblacional para una de las estrategias es diferente a las demás.

En la columna de suma de cuadrados encontramos la parte que explica el modelo (entre grupos) y la que no explica (dentro de los grupos), así como su suma de ambas (total). Los grados de libertad para la parte entre grupos es k-1 (3-1), siendo k el numero de estrategias. Para la parte dentro de los grupos, sus grados de libertad seria N-k (90-3) siendo N el número total de casos.

Para tomar la decisión sobre el contraste, debemos fijarnos en el p-valor que en este caso es de 0,318286642. Comparamos ese valor con α=0.05, y como es mayor que α aceptamos la hipótesis nula. Por tanto con un error del 5% podemos afirmar que las 3 medias son iguales. Es decir, según los datos muéstrales obtenidos (altura total) no existen diferencias significativas en las diferentes estrategias.

De haber obtenido diferencias significativas entre las 3 estrategias, deberíamos analizarlas por pares para saber que estrategias son diferentes, pero como en este caso no las hemos obtenido, no es necesario este análisis puesto que las 3 medias poblacionales son iguales.

7. CONCLUSIONES

Como ya hemos visto en el punto anterior, no hemos conseguido obtener una estrategia de carga que sea la que se deba usar siempre que se cumplan las condiciones establecidas en el problema del bin packing.

En las pruebas realizadas a lo largo del trabajo, casi siempre han resultado ganadoras las estrategias que plantean una reorganización de las piezas de mayor a menor ancho. Por un lado esto tiene sentido debido a que al conocer el tamaño de las piezas, podemos organizarlas con más sentido que si solo las cargamos conforme van apareciendo.

Por otro lado es normal que en este estudio la única estrategia que no reordena las piezas sume menos victorias, ya que para evitar el overlap, fuimos excesivamente conservadores y es que se decidió que tenía más importancia realizar unas formulas más sencillas pese a que eso pudiera implicar en determinados casos la eliminación de coordenadas que realmente están disponibles.

Esta investigación nos ha permitido obtener tres estrategia que no tienen por qué ser la mejor para cualquier conjunto de piezas. Es decir ya hemos analizado 3 formas de carga, por lo que el trabajo puede ser continuado desde este punto. Habría que plantear nuevas estrategias, bien basadas en el trabajo de Lodi, A et al (2001) o bien otras diferentes para ver si una de ellas permite siempre una mejor solución.

Existe también una continuación no tan orientada a la obtención de una estrategia maestra, sino a la disminución de los requisitos del problema. Pudiendo añadir tanto una tercera dimensión como disponer de más de un camión de tamaños iguales. También tendría gran interés unir a este problema la casuística de rutas a clientes, teniendo en cuenta que la carga debe estar orientada a recorrido a realizar, para minimizar la distancia total.

8. ANEXOS

Anexo 1: Plantilla bin packing.

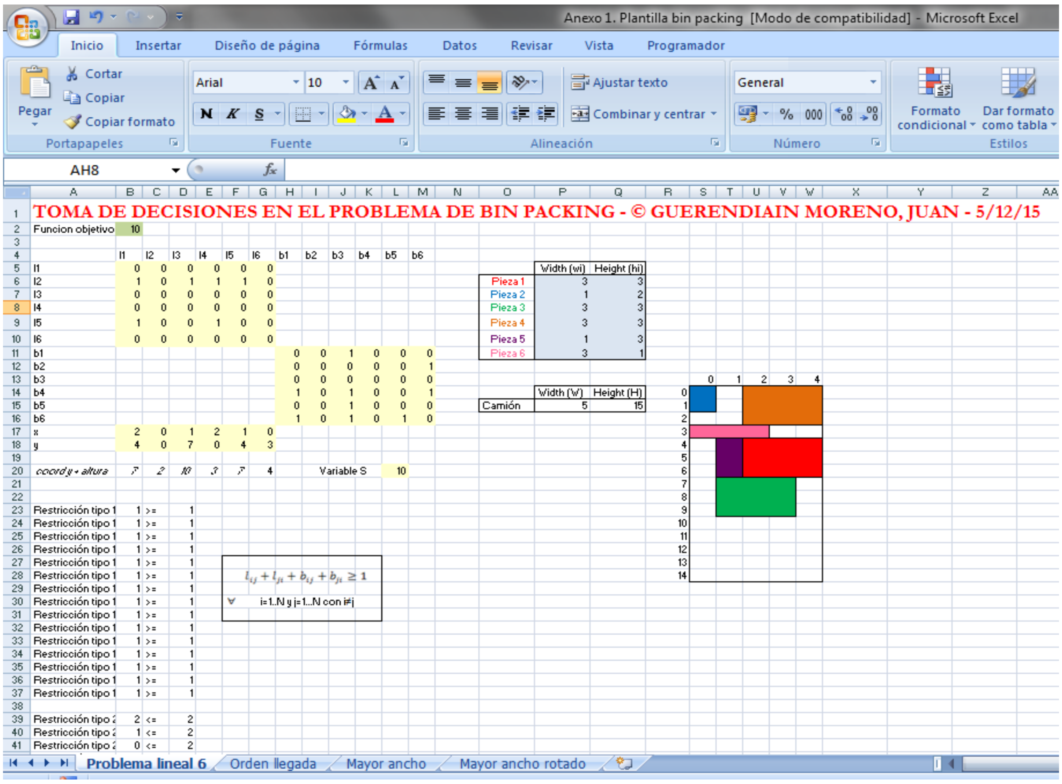


Figura 18. Hoja Problema lineal 6 anexo 1. Fuente: Elaboración propia

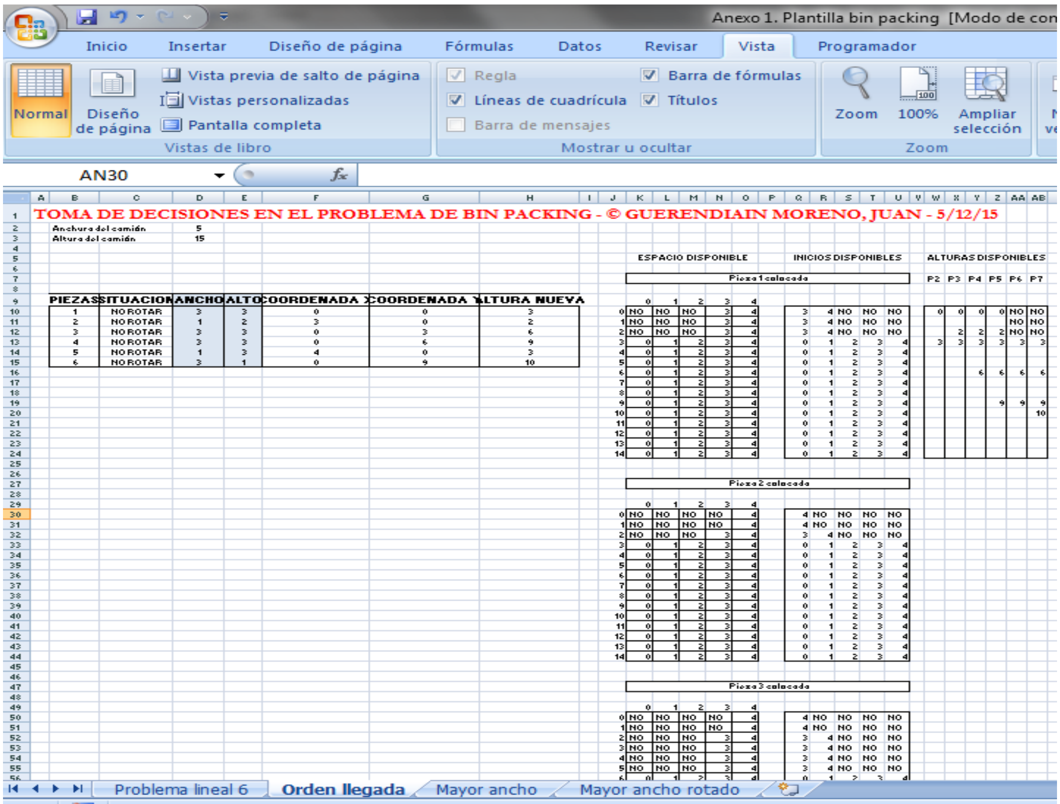


Figura 19. Hoja Orden llegada anexo 1. Fuente: Elaboración propia

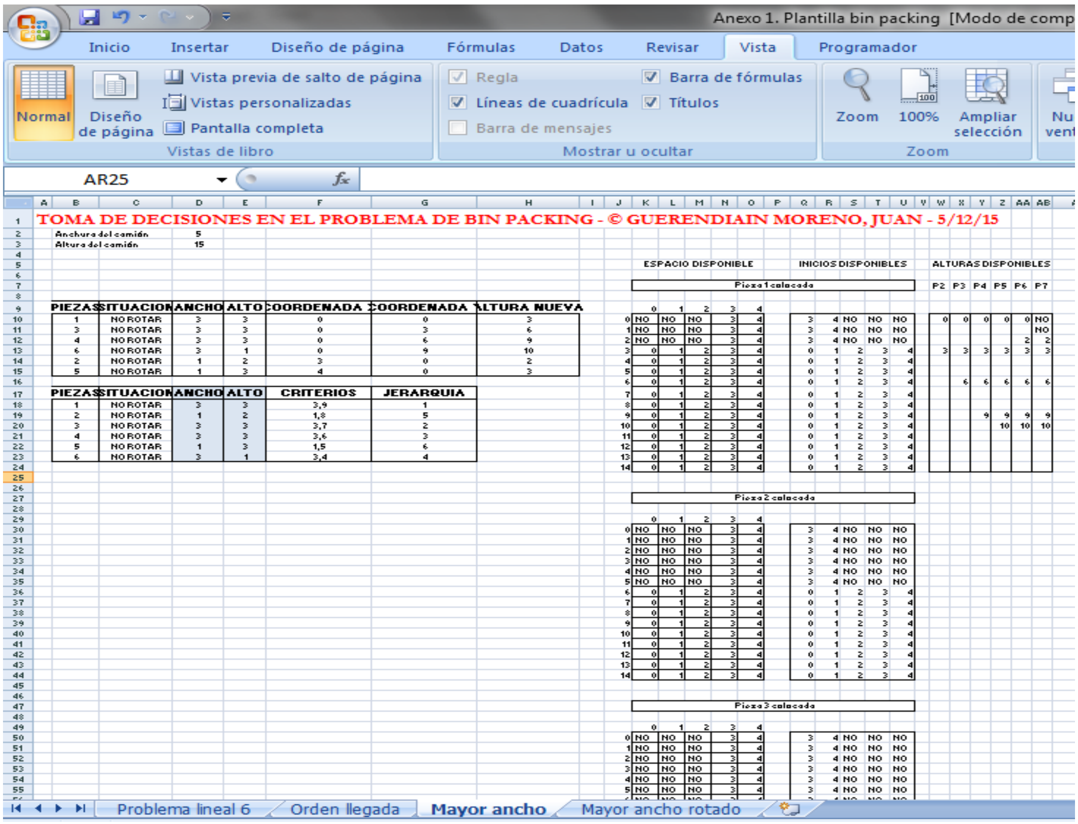


Figura 20. Hoja Mayor Ancho anexo 1. Fuente: Elaboración propia

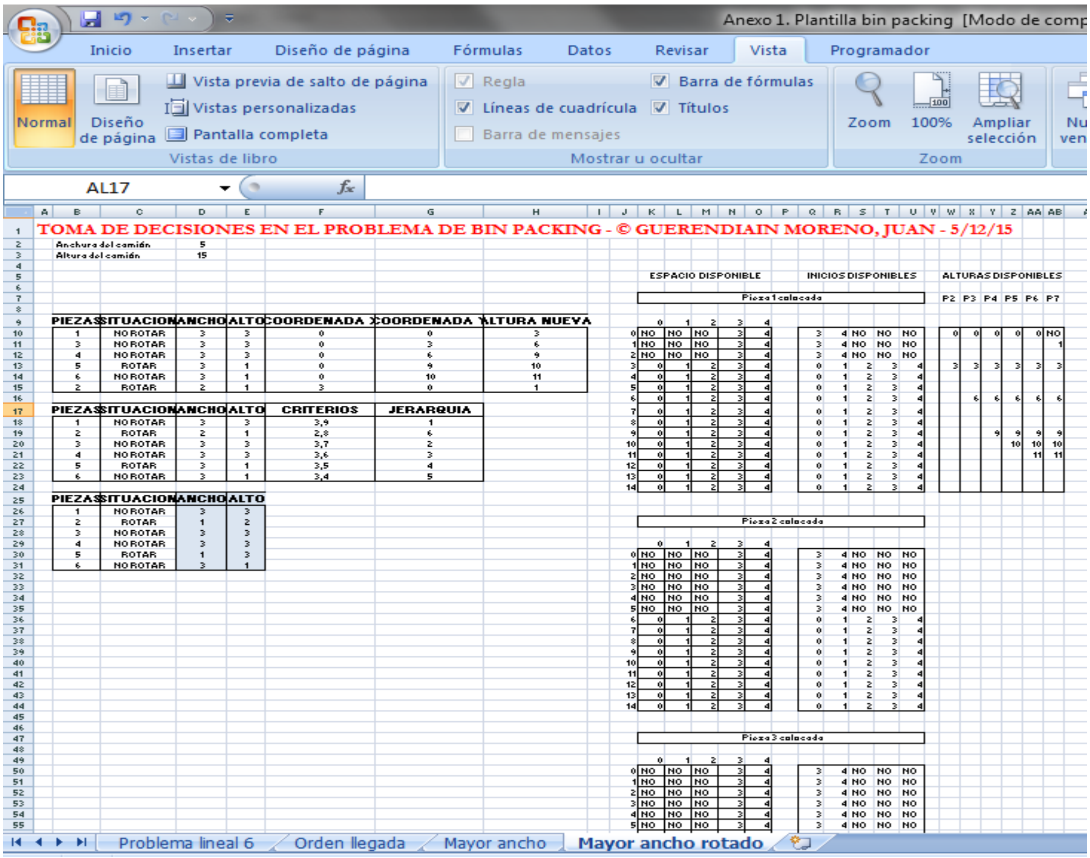


Figura 21. Hoja Mayor Ancho rotado anexo 1. Fuente: Elaboración propia

Anexo 2: Plantilla simulación estrategias.

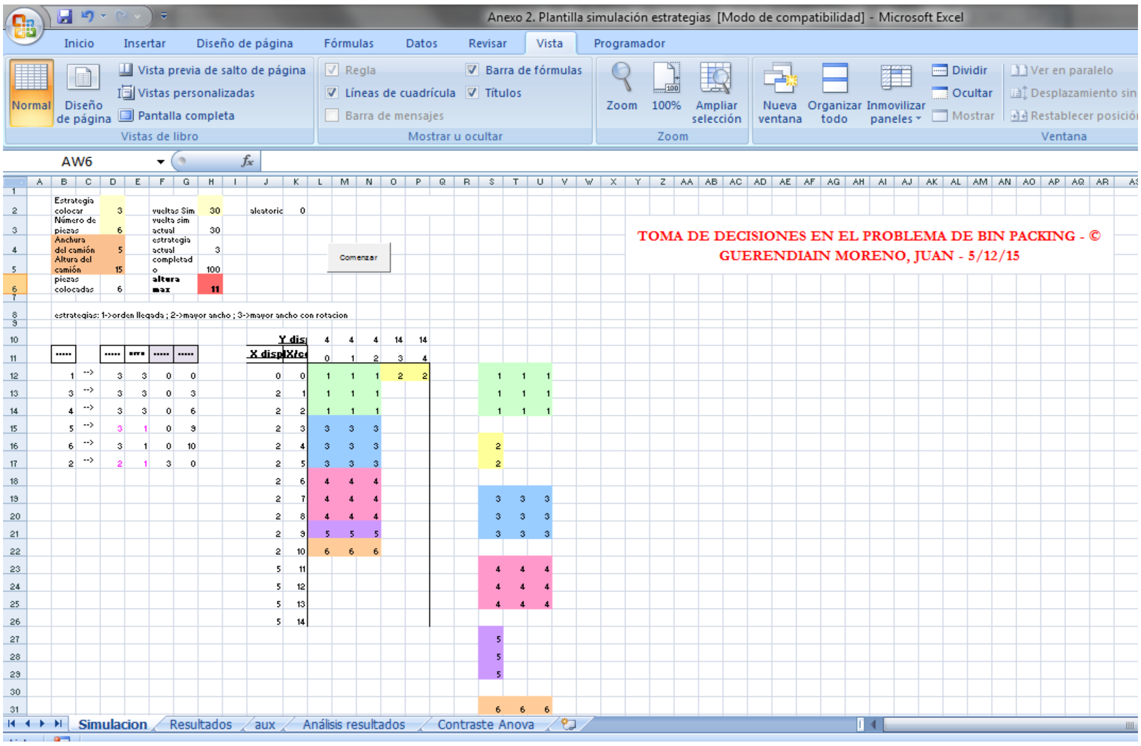
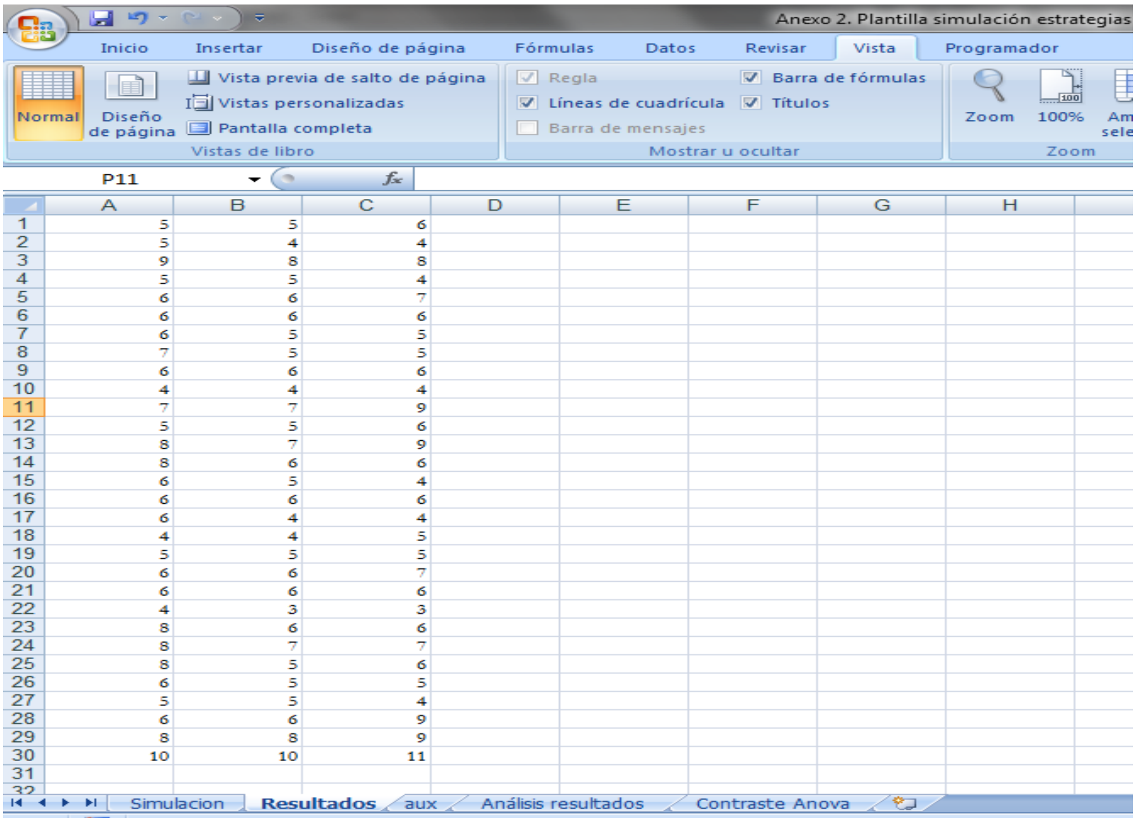
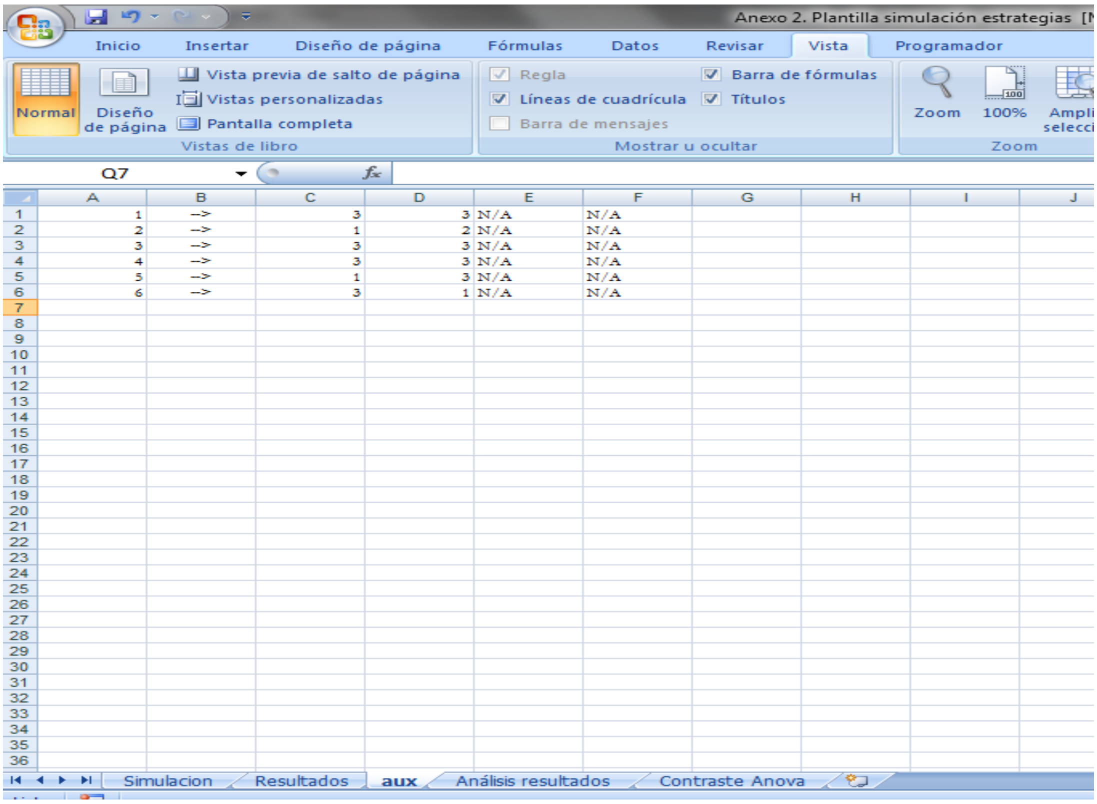


Figura 22. Hoja Simulación anexo 2. Fuente: Elaboración propia



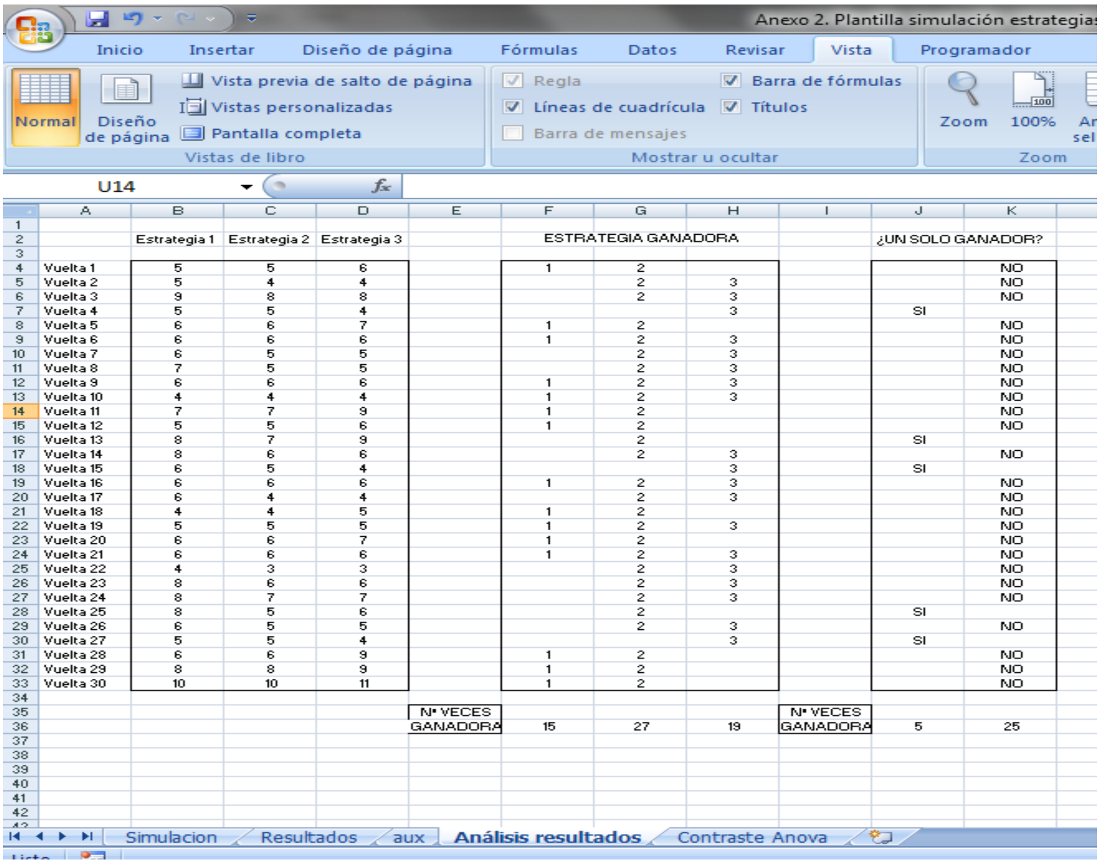
	A	B	C
1	5	5	6
2	5	4	4
3	9	8	8
4	5	5	4
5	6	6	7
6	6	6	6
7	6	5	5
8	7	5	5
9	6	6	6
10	4	4	4
11	7	7	9
12	5	5	6
13	8	7	9
14	8	6	6
15	6	5	4
16	6	6	6
17	6	4	4
18	4	4	5
19	5	5	5
20	6	6	7
21	6	6	6
22	4	3	3
23	8	6	6
24	8	7	7
25	8	5	6
26	6	5	5
27	5	5	4
28	6	6	9
29	8	8	9
30	10	10	11

Figura 23. Hoja Resultados anexo 2. Fuente: Elaboración propia



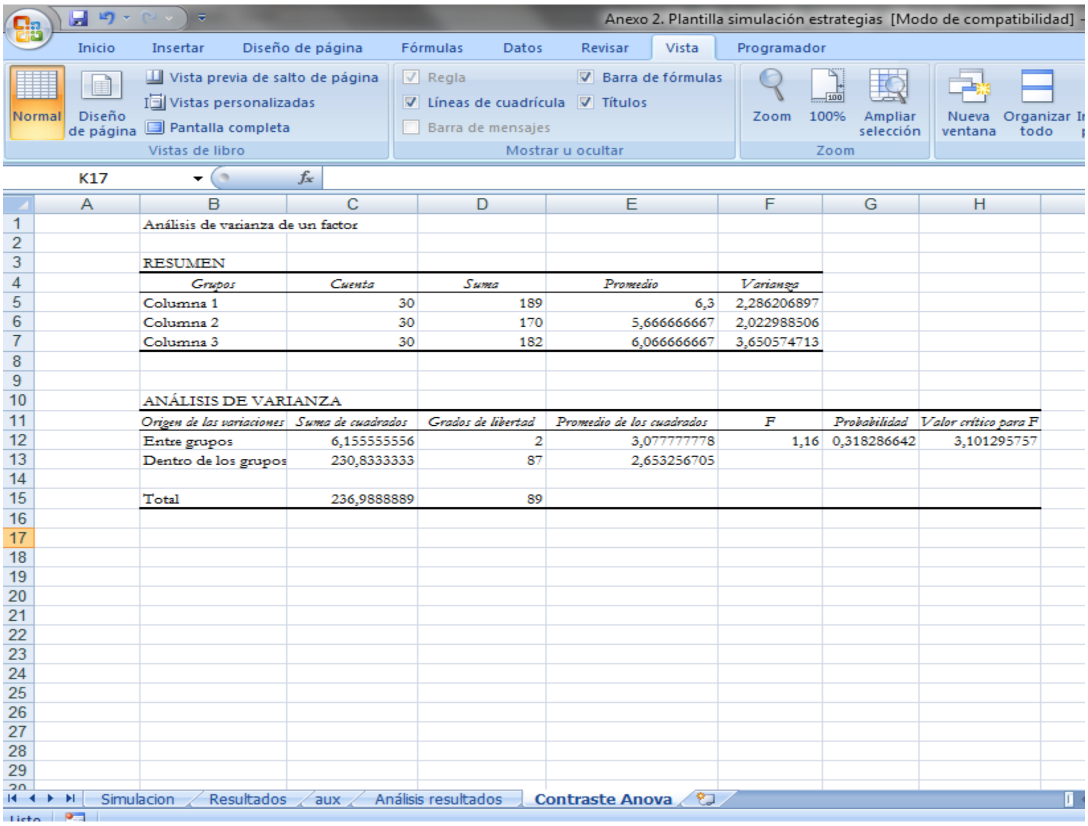
	A	B	C	D	E	F
1	1	-->	3	3	N/A	N/A
2	2	-->	1	2	N/A	N/A
3	3	-->	3	3	N/A	N/A
4	4	-->	3	3	N/A	N/A
5	5	-->	1	3	N/A	N/A
6	6	-->	3	1	N/A	N/A

Figura 24. Hoja aux anexo 2. Fuente: Elaboración propia



	Estrategia 1	Estrategia 2	Estrategia 3		ESTRATEGIA GANADORA				¿UN SOLO GANADOR?	
Vuelta 1	5	5	6		1	2				NO
Vuelta 2	5	4	4			2	3			NO
Vuelta 3	9	8	8			2	3			NO
Vuelta 4	5	5	4				3		SI	
Vuelta 5	6	6	7		1	2				NO
Vuelta 6	6	6	6		1	2	3			NO
Vuelta 7	6	5	5			2	3			NO
Vuelta 8	7	5	5			2	3			NO
Vuelta 9	6	6	6		1	2	3			NO
Vuelta 10	4	4	4		1	2	3			NO
Vuelta 11	7	7	9		1	2				NO
Vuelta 12	5	5	6		1	2				NO
Vuelta 13	8	7	9			2			SI	
Vuelta 14	8	6	6			2	3			NO
Vuelta 15	6	5	4				3		SI	
Vuelta 16	6	6	6		1	2	3			NO
Vuelta 17	6	4	4			2	3			NO
Vuelta 18	4	4	5		1	2				NO
Vuelta 19	5	5	5		1	2	3			NO
Vuelta 20	6	6	7		1	2				NO
Vuelta 21	6	6	6		1	2	3			NO
Vuelta 22	4	3	3			2	3			NO
Vuelta 23	8	6	6			2	3			NO
Vuelta 24	8	7	7			2	3			NO
Vuelta 25	8	5	6			2			SI	
Vuelta 26	6	5	5			2	3			NO
Vuelta 27	5	5	4				3		SI	
Vuelta 28	6	6	9		1	2				NO
Vuelta 29	8	8	9		1	2				NO
Vuelta 30	10	10	11		1	2				NO
				Nº VECES GANADORA	15	27	19	Nº VECES GANADORA	5	25

Figura 25. Hoja análisis resultados anexo 2. Fuente: Elaboración propia



Análisis de varianza de un factor						
RESUMEN						
Grupos	*Cuenta*	*Suma*	*Promedio*	*Varianza*		
Columna 1	30	189	6,3	2,286206897		
Columna 2	30	170	5,666666667	2,022988506		
Columna 3	30	182	6,066666667	3,650574713		
ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de las variaciones	*Suma de cuadrados*	*Grados de libertad*	*Promedio de los cuadrados*	*F*	*Probabilidad*	*Valor crítico para F*
Entre grupos	6,155555556	2	3,077777778	1,16	0,318286642	3,101295757
Dentro de los grupos	230,8333333	87	2,653256705			
Total	236,9888889	89				

Figura 26. Hoja contraste anova anexo 2. Fuente: Elaboración propia

9. BIBLIOGRAFIA

Pisinger, David & Sigurd,Mikkel.(2005). The two-dimensional bin packing problem with variable bin sizes and costs. Discrete Optimization, 2, 154-167.

Lodi,Andrea & Martello, Silvano & Vigo, Daniele.(2002). Recent advances on two-dimensional bin packing problems. Discrete Applied Mathematics, 123, 379-396.

Anderson, David R & Sweeney, Dennis J & Williams, Thomas A & Camm, Jeffrey D & Martin, Kipp.(2011). Métodos cuantitativos para los negocios. México: Cengage Learning Editores, S.A.

Navas Lopez, J.E & Guerras Martin, L.A.(2012). La estrategia de internacionalización. Thomson Reuters.Fundamentos de dirección estratégica de la empresa.(pp 237-261).Navarra: Editorial Aranzadi.

Heizer, Jay & Render, Barry.(2007). Dirección de la producción y de operaciones. Madrid: Pearson Prentice Hall

Datosmacro.(2015). España-Exportaciones de mercancías. Consultada en Noviembre 2015, en http://www.datosmacro.com/comercio/exportaciones/espana

Instituto Nacional de Estadística. (2015). Transporte y actividades conexas, comunicaciones. Consultada en Noviembre 2015, en http://www.ine.es/inebmenu/mnu_transporte.htm#7